**Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ – 2019 года по математике.**

ЕГЭ по математике направлен на контроль сформированности математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственного стандарта общего образования, и с 2015 г. проводится на двух уровнях: базовом и профильном. Варианты КИМ составлялись на основе спецификации и кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения в 2019г. ЕГЭ по математике.

В 2019 г. ЕГЭ по математике проводился на двух уровнях в пятый раз. По-прежнему участники экзамена могли самостоятельно выбрать один или оба уровня в зависимости от своих образовательных запросов и перспектив продолжения образования.

Каждый вариант профильного экзамена содержал 12 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развернутым ответом. Задания предназначены для проверки предметных знаний и умений по основным разделам курса математики: числа и вычисления, алгебра и начала математического анализа, геометрия, теория вероятностей. Проверка логических навыков включена в большинство заданий, особенно проявляется в требованиях к решению заданий с развернутым ответом.

Варианты профильного ЕГЭ создавались с учетом анализа результатов ЕГЭ предыдущих лет. Варианты обеспечивают высокий уровень дифференциации участников экзамена в соответствии с уровнем освоения стандарта, а также c требованиями к уровню математической подготовки, необходимыми для продолжения образования по различным специальностям. Вместе с тем на уровне высоких результатов обеспечивается высокая дифференцирующая способность КИМ, позволяющая эффективно проводить отбор в вузы с высоким конкурсом.

Каждый вариант базового экзамена содержал 20 заданий с кратким ответом. Проверяя освоение требований стандарта, КИМ базового ЕГЭ имеют выраженную практическую направленность и включают в себя задания всех предметных областей школьного курса математики.

Изменения в структуре и содержании КИМ 2019 г. базового и профильного уровней относительно КИМ 2018 г. отсутствуют.

# ЕГЭ по математике базового уровня

Снизился процент не сдавших экзамен, выросли средний балл и доля тех, кто получил максимальный тестовый балл – «5». Рост среднего балла произошел за счет уменьшения до 3% доли участников, не освоивших базовые математические навыки. Можно сделать вывод о том, что учителя стали больше обращать внимание на ликвидацию пробелов в базовых знаниях, важным ориентиром стали подготовка к решению практико-ориентированных заданий и отработка базовых математических навыков.

Продолжается рост числа участников экзамена, набравших максимальный балл. При сохранении имеющейся тенденции уже в следующем году можно ожидать, что около 45% сдающих ЕГЭ по математике базового уровня получит максимальный балл. Как уже было отмечено, число и доля выпускников, получивших тестовый балл «5» (17–20 первичных баллов), возросло в 2019г. в сравнении с предыдущими годами.

Рост доли выпускников, получивших максимальный тестовый балл – «5», вероятно, связан со смещением акцентов в подготовке обучающихся, не планирующих поступление на специальности с профильной математикой: с переходом от обучения «всех всему» к ориентации на достижение каждым обучающимся выбранного уровня математической подготовки.

По итогам экзамена базового уровня наиболее высокие результаты получены при выполнении следующих заданий: практико-ориентированные задания на чтение диаграмм и графиков (задание 11), а также на работу с информацией, представленной в таблице (задание 12); расчеты по формуле (задание 4); сопоставление величин (задание 9); бытовые расчеты (задание 6). Эти задания выполняют не менее 90% участников экзамена. Произошло видимое улучшение выполнения всех практико- ориентированных заданий, за исключением стереометрической задачи на вычисление объема тела (задание 13). Заметно лучше в 2019 г. стали решать важную практическую задачу на оптимальный выбор, который необходимо сделать на основе анализа предоставленной информации (задание 12). Отрадно, что с этой задачей справляются 65–70% участников из наиболее слабой группы.

В 2018 г. произошло заметное улучшение выполнения задания вычислительного характера (задание 1), здесь на результат, близкий к максимальному, вышли две группы наиболее подготовленных участников этого экзамена. Однако резерв для повышения результата есть – его надо искать в двух группах слабо подготовленных участников.

В группу заданий, с которыми участники экзамена справились несколько хуже, но также на достаточно высоком уровне, вошли как задания, тематически относящиеся к курсу математики старшей школы, но базирующиеся на знаниях и навыках, формируемых в курсе алгебры основной школы, так и задания, «перешедшие» из основной школы. К первым относится преобразование степенного и иррационального выражений (задания 2 и 5); ко вторым – решение квадратного уравнения (задание 7), вероятностной задачи (задание 10), планиметрической задачи на вычисление площади фигуры, составленной из прямоугольников (задание 8).

Следует отметить, что задание на вычисление вероятности наступления события в практической ситуации (задание 10) выполнено лучше, чем в предыдущие годы. Вероятно, дает о себе знать повышение математической и методической подготовки учителей по преподаванию вероятностно- статистической линии, введенной в курс математики российской школы не так давно по сравнению с традиционными разделами математики.

Традиционные темы курса старшей школы, связанные с изучением элементов математического анализа (задание 14 на чтение графика функции и производной функции), решением логарифмических неравенств (задание 17), оказались для участников экзамена значительно более сложными по сравнению с остальными. Выполняют соответствующие задания от половины до трех четвертей выпускников, сдававших экзамен базового уровня; заметим, что это те выпускники, которые в дальнейшем не ориентированы на использование математики.

Рост общей математической подготовки сдающих базовый экзамен отражает заметное улучшение показателей выполнения логических задач (задание 18). Причем следует отметить как положительный момент, что с ними справляются чуть менее половины оказавшихся в группе самых слабых участников экзамена. Также значительное число выпускников успешно выполняют задание на конструирование числа (задание 19), процент его выполнения в сравнении с прошлым годом увеличился. Содержательный анализ результатов экзамена показывает, что изучение математики на старшей ступени общего образования имеет свою мотивацию и определенное значение даже для тех учащихся, кто не планирует в своей профессиональной деятельности использовать математические знания. Также можно говорить и о том, что подготовка к базовому экзамену в большинстве случаев не сводится к «натаскиванию» на решение нескольких простых заданий.

По-прежнему низки результаты выполнения геометрических задач, причем как планиметрических (задания 8, 15), так и стереометрических (задания 13, 16); к сожалению, с этими заданиями справляются только наиболее подготовленные участники экзамена. Это свидетельствует о концептуальных недостатках в обучении геометрии, о необходимости пересмотра традиционных систем обучения и создания единой линии изучения геометрии с 1 по 11 класс. На основе единых дидактических подходов к результатам обучения и содержания образования, с существенным акцентом на развитие геометрической интуиции, наглядных геометрических представлений, с учетом возрастных особенностей обучающихся.

По-прежнему факторами, вызывающими ошибки, остаются недостаточный уровень понимания условия, вычислительные ошибки, недостаточная развитость наглядных геометрических представлений.

# ЕГЭ по математике профильного уровня

Общее число участников основного периода ЕГЭ по математике профильного уровня в 2019 г. – 92 человек, что сопоставимо с аналогичным показателем 2018 г.

Характер распределения первичного балла за два года заметным образом не изменился, что позволяет говорить о сопоставимости результатов ЕГЭ 2018 и 2019 гг..

Средний тестовый балл в 2019 г. вырос в сравнении с 2018 г.

В 2019г. (в сравнении с предыдущими годами) продолжается рост математической подготовки большинства выпускников, выбравших профильный экзамен. При этом наибольший рост показало выполнение заданий с кратким ответом, задания с полным решением в целом выполнены чуть лучше, чем в 2018 г.

Как и в предыдущие годы, минимальный первичный балл, необходимый для сдачи экзамена, был равен 6 (27 т.б.). В 2019 г. минимальный балл не 4,3 % участников экзамена, в 2018 г. – 9,4 %, то есть этот показатель улучшился практически вдвое.

Растет понимание важности математического образования, поскольку оно необходимо для успешного обучения в вузах по инженерным, экономическим, естественнонаучным, математическим и иным специальностям, требующим высокого уровня освоения математики. Существенный вклад внесло повышение осознанности выбора экзамена: недостаточно подготовленные выпускники все меньше выбирают профильный экзамен, ограничиваясь сдачей ЕГЭ по математике базового уровня.

Как и в 2018 г., участники экзамена демонстрируют хороший уровень овладения базовыми умениями. Это такие элементы содержания, как: проценты и доли, округление с избытком и недостатком, чтение графиков и диаграмм реальных зависимостей, простейшие геометрические умения, решение уравнений различных типов. Кроме этого, относительно 2018 г. выросла успешность выполнения заданий базового уровня сложности: практически все задания 1–6 выполнены с превышением 50% успешности. Несколько менее половины участников экзамена справились только с чтением графика производной (задание 7).

Из заданий с кратким ответом повышенного уровня сложности самым успешно решаемым оказалось задание на действия со степенями: более 70% участников экзамена получили правильный ответ. Менее успешно выпускники провели работу с формулой и решение текстовой задачи: лишь 53% участников экзамена успешно справились с заданиями 10 и 11.

Заметной проблемой остается слабое овладение базовыми представлениями о геометрическом смысле производной (задание 7) и базовыми умениями исследования функции с помощью производной (задание 12), а также слабое владение фактами и методами планиметрии и стереометрии, умением решать геометрические задачи (задания 6 и 8). Это основные резервы для повышения качества подготовки абитуриентов массовых инженерно-технических и экономических вузов.

Среди заданий с полным решением наибольшее количество полных баллов, как и в 2018 г., получено по заданиям 13 и 15: решение тригонометрических уравнений и логарифмических неравенств. Одной из причин снижения доли участников, набравших полный балл за задание 17 (экономическая задача), стало использование при подготовке к экзамену типовых заданий вместо систематического изучения курса и грамотного итогового повторения. Многие участники не прочитали полностью и внимательно условие задачи и допустили существенные ошибки, следуя «типовому алгоритму».

Более 60% участников профильного экзамена набрали от 6 до 10 первичных баллов.

Это означает, что из первых 12 заданий базового и повышенного уровней с кратким ответом они выполнили не более 10 заданий.

Над заданиями 7, 8, 10, 11 и 12 необходимо работать для улучшения математической подготовки абитуриентов инженерных вузов. Целесообразно уделить внимание и заданию 13 (решение тригонометрического уравнения), его выполнили 7% выпускников района.

# Рекомендации по совершенствованию преподавания математики с учетом результатов ЕГЭ 2019 г.

Особая роль математического образования в реализации стоящих перед Россией задач, определяемых «Стратегией научно-технологического развития Российской Федерации», Программой «Цифровая экономика Российской Федерации» и другими государственными документами. Без качественного массового математического образования невозможен переход к цифровой экономике. Скорость и характер развития науки и технологий, задающие направления развития инновационной экономики, изменения, происходящие в жизни общества, отражаются на системе образования, в частности на его содержании, и на целевых установках школьников и их родителей.

Требуются новые акценты в содержании и методологии школьного математического образования. Чтобы корректно и точно расставлять эти акценты, необходима информация об актуальном состоянии математической подготовки выпускников общеобразовательных организаций.

При работе с обучающимися, ориентированными на ЕГЭ базового уровня, можно рекомендовать в большей степени использовать в учебном процессе задания умственной гимнастики, однако не надо забывать делать акцент на математической подоплеке интеллектуальных развлечений. Кроме того, именно при решении нестандартных задач могут возникать ситуации, требующие критического мышления, обсуждения различных решений; это поможет учителю обучать учащихся тому, как надо искать способы и вариации решения, применять уже изученные методы.

Построение чертежей по условию задачи (что непросто сделать при проблемах с пространственным воображением), это прежде всего различные предметные модели (полезно для каждой решаемой задачи иметь соответствующую ей модель-подсказку, чтобы использовать ее для визуализации условия, поиска и проверки решения), компьютерные программы, позволяющие выполнять стереометрические чертежи. Полезно выделить эту работу в отдельный тематический практикум, на котором обучающиеся тренировались бы в изображении и моделировании пространственных тел, построении чертежей по условию задачи (в различных ракурсах, выбирая наиболее удобный для поиска решения), можно также организовать данную работу в рамках проекта.

Необходимо умение переформулировать условие с формального языка на графический язык и наоборот. Справиться с проблемой поможет усиленная работа с графиками, в том числе использование соответствующих компьютерных программ.

Повышение качества математической подготовки за основную школу, через усиление внимания к соответствующим разделам курса математики старшей школы. Выявление учащихся, потенциально способных справляться с заданиями, и выстраивание с каждым из них на этапе подготовки к экзамену грамотной диагностической работы, направленной на выявление конкретных проблемных зон, что позволит вести адресную работу.

Каждый учитель может совершенствовать свою методическую систему обучения, вносить коррективы в отдельные аспекты обучения.

Эффективная обратная связь, если ученик получает сообщение о верно выполненных заданиях, а не только об ошибках, если он получает не просто маркеры, свидетельствующие о положительном результате, не просто похвалу за решенную задачу, а и некоторый содержательный комментарий. Этот комментарий может включать в себя такую оценку, как «рациональное решение», «красивое решение», «интересная идея», «грамотная запись». Может быть отмечена актуальность проверки результата, удачное прохождение «ловушек» и «опасных» мест и т.п.

Информированность ученика относительно того, чему он должен научиться, какие задания должен научиться решать, а какие может научиться решать для того, чтобы получить желаемое количество баллов на экзамене. Если ученик фиксирует и отслеживает сам, умеет ли он выполнять требуемое задание или нет, то минимизируется время на выполнение заданий, при этом работа становится более эффективной и рациональной. Отсюда необходимость в открытости предъявляемых требований к результатам обучения, а на этапе подготовки к экзамену – в ориентации на конечный запланированный результат.

Нужна грамотная диагностика уровня подготовки каждого ученика и обеспечение его именно теми заданиями, с которыми он, исходя из этого уровня, может справиться.

Бесконечное решение задач, которые ученик уже давно научился решать, также никак не повлияет на качество его математической подготовки.

Результаты выполнения заданий как базового, так и профильного варианта экзамена говорят о недостатках в формировании пространственного мышления учащихся. Прежде всего, это негативно отражается на решении стереометрических задач.

Повлиять на результаты выполнения заданий, возможно только работая по трем направлениям:

через повышение качества математической подготовки за основную школу;

через усиление внимания к соответствующим разделам курса математики старшей школы;

через выявление учащихся, потенциально способных справляться с такого рода заданиями, и выстраивание с каждым из них на этапе подготовки к экзамену грамотной диагностической работы, направленной на выявление конкретных проблемных зон, что позволит вести адресную работу.

Непрерывное развитие геометрических представлений и геометрического воображения, обучающихся с 1 по 11 класс; наглядная геометрия в 1–6 классах; больше внимания геометрическому моделированию и конструированию (из плоских и пространственных фигур), геометрическим чертежам, построениям, изображениям от руки и с помощью различных чертежных инструментов, на нелинованной и клетчатой бумаге.

Понимать, что представление о производной и ее применении к исследованию функций можно получить, основываясь преимущественно на наглядных представлениях о скорости, об изменении величины и о касательной к гладкой линии.

И в завершение необходимо отметить, что еще одним важным фактором является психологический климат в учебном коллективе: дружеские отношения среди одноклассников, спокойная рабочая атмосфера на уроке, методичная, прозрачная и последовательная подготовка к экзамену, доверительные отношения учителя с учениками, вера в достижение более высоких результатов и эмоциональная поддержка.